

Министерство общего и профессионального образования  
Свердловской области  
Государственное автономное образовательное учреждение среднего  
профессионального образования Свердловской области  
«Екатеринбургский энергетический техникум»

**РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ**  
**ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА»**  
для студентов I курса специальностей 140101;140407; 140408

ПО ТЕМЕ «Применение производной к построению  
графиков функций»

Екатеринбург

2014

**СОСТАВИТЕЛИ:**

ГАОУ СПО СО «Екатеринбургский энерготехникум»

преподаватель Светлана Васильевна Иванова;

**СОГЛАСОВАНО:**

Методист \_\_\_\_\_ Е. А. Сергеева

**УТВЕРЖДЕНО:**

Методическим советом ГАОУ СПО СО «Екатеринбургский энергетический техникум»

Протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

Председатель: зам. директора по УР.

\_\_\_\_\_ Е.А. Тищенко

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.	5
РАЗДЕЛ 1 ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА	9
РАЗДЕЛ 2 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА	15
РАЗДЕЛ 3 ПРАКТИКУМ	21
РАЗДЕЛ 4 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЙ	23
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ	27

## ВВЕДЕНИЕ

Основная задача преподавателя с введением новых стандартов – это создания условий для формирования общих компетенций с целью достижения результатов стандарта профессионального образования. В связи с этим самым актуальным становится один из основных принципов дидактики - принцип активности обучающегося в процессе обучения. Этот принцип подразумевает качество деятельности, которое характеризуется высоким уровнем мотивации, осознанной потребностью в усвоении знаний и умений, результативностью и практической направленности своей деятельности.

Процесс реализации интеграции результатов стандартов общего и профессионального образования (для среднего общего образования результаты образования выражаются в личностных, метапредметных и предметных результатах, для среднего профессионального образования результатом являются общие компетенции) требуют от преподавателя применение в процессе обучения учебные пособия, ориентированные на развитие высокой логической и операционной культуры обучающихся, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление обучающихся.

Математика призвана способствовать приобретению практических навыков, необходимых для повседневной жизни. Она служит базой для всего дальнейшего изучения смежных дисциплин, способствует логическому развитию и формированию умения пользоваться алгоритмами.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая тетрадь по алгебре для обучающихся 1 курса ГАОУ СПО «Энерготехникума» составлена в соответствии с действующими рабочими программами и использованы учебные пособия, нормативно-справочные материалы. Рабочая тетрадь является дидактическим инструментарием к программе учебной дисциплины « Математика », реализуемой для специальностей

140101 Тепловые электрические станции;

140407 Электрические станции, сети и системы;

140408 Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем.

**Цель:** повышение эффективности подготовки обучающихся к итоговой аттестации по математике.

### **Задачи:**

1. Сформировать умение
  - математического моделирования при решении ситуационных задач;
  - исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.
2. Создать условия для реализации творческого потенциала, притязаний каждого обучающегося в соответствии с его интересами, наклонностями, способностями.
3. Развивать навыки самосовершенствования и саморазвития, самоконтроля

Рабочая тетрадь содержит учебный материал, комплекс дифференцированных практических заданий, которые помогут обучающимся эффективно освоить материал программы и будут служить основой для аттестации по дисциплине «Математика», также может быть использована для самостоятельной работы обучающимися и для выполнения домашних работ, самоконтроля по теме. Тетрадь содержит задачи репродуктивного, поискового характера, а также имеется ряд задач практической направленности и повышенной сложности, решение которых требует определенных умений и навыков, которые могут служить базой для дальнейшего изучения дисциплины .

Работа с рабочей тетрадью является одной из составляющих обучения по теме «Применение производной к построению графиков функций» и содержит: Раздел 1 Информационная структура темы

Раздел 2 Самостоятельная работа по теме

Раздел 3 Практикум по изучаемой теме

Раздел 4 Контрольно-оценочный;

также включает **обязательную часть:**

- заполнение свободных строк в теоретической части каждой темы (дать определение, назвать, написать формулу, алгоритм и т. д.)
- составление сравнительных таблиц, соответствий между теоретическим материалом и его практическим применением,
- умение работать со схемами, графиками
- решение задач и выполнение заданий из части практических заданий
- выполнение домашних заданий по рабочей тетради
- ответы на вопросы по материалу
- подготовка к зачету и экзамену

**по собственному усмотрению студент может выполнять:**

работы из раздела заданий для самостоятельной работы (если они не были определены преподавателем как обязательные для выполнения) и сдавать преподавателю для проверки и обсуждения.

Применение рабочей тетради в процессе изучения данной темы направлено на получение следующих результатов:

**-согласно ФГОС С(п)ОО**

личностных:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;

- сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

метапредметных:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

- умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

- владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

предметных:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

- сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

- владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

- сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;

**- согласно ФГОС СПО:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

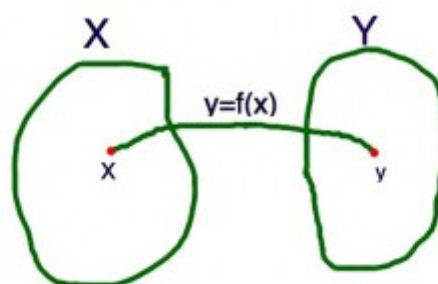
ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.



## РАЗДЕЛ 1 ИНФОРМАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

Пусть у нас есть два числовых множества:  $X$  и  $Y$ , и между этими множествами есть определенная зависимость. То есть каждому элементу  $x$  из множества  $X$  по определенному правилу ставится в соответствие **единственный** элемент  $y$  из множества  $Y$ .



**Правило, с помощью которого каждому элементу из множества  $X$  мы ставим в соответствие единственный элемент из множества  $Y$ , называется числовой функцией.**

Множество  $X$  называется **областью определения функции**.

Множество  $Y$  называется **множеством значений значений функции**.

Равенство  $y=f(x)$  называется **уравнением функции**. В этом уравнении  $x$  - **независимая переменная, или аргумент функции**.  $y$  - **зависимая переменная**.

**График функции** – это графическое изображение зависимости между множествами  $X$  и  $Y$ .

Свойства функции можно определить, глядя на график функции, и, наоборот, исследуя свойства функции можно построить ее график.

### *Основные свойства функций.*

#### **1. Область определения функции.**

**Область определения функции  $D(y)$** -это множество всех допустимых значений аргумента  $x$  ( независимой переменной  $x$ ), при которых выражение, стоящее в правой части уравнения функции  $y=f(x)$  имеет смысл. Другими словами, это область допустимых значений выражения  $f(x)$  .

**По графику функции  $y=f(x)$  найти ее область определения**, нужно, двигаясь **слева направо вдоль оси ОХ**, записать все промежутки значений  $x$ , на которых существует график функции.

## **2. Множество значений функции.**

**Множество значений функции  $E(y)$** - это множество всех значений, которые может принимать зависимая переменная  $y$ .

**По графику функции  $y=f(x)$  найти ее множество значений**, нужно, двигаясь **снизу вверх вдоль оси ОУ**, записать все промежутки значений  $y$ , на которых существует график функции.

## **3. Нули функции.**

**Нули функции** – это те значения аргумента  $x$ , при которых значение функции ( $y$ ) равно нулю.

Найти **нули функции  $y=f(x)$**  , решить уравнение  $f(x)=0$ . Корни этого уравнения и будут **нулями функции  $y=f(x)$**  .

Чтобы найти **нули функции  $y=f(x)$  по ее графику**, нужно найти точки пересечения графика с осью ОХ. **Абсциссы** точек пересечения и будут **нулями функции  $y=f(x)$**  .

## **4. Промежутки знакопостоянства функции.**

**Промежутки знакопостоянства функции  $y=f(x)$**  – это такие промежутки значений аргумента, на которых функция сохраняет свой знак, то есть  $f(x) > 0$  или  $f(x) < 0$ .

Найти **промежутки знакопостоянства функции  $y=f(x)$**  , решить неравенства  $f(x) > 0$  и  $f(x) < 0$ .

Чтобы найти **промежутки знакопостоянства функции  $y=f(x)$  по ее графику**, нужно

- найти промежутки значений аргумента  $x$ , при которых график функции расположен **выше** оси ОХ – при этих значениях аргумента  $f(x) > 0$

- найти промежутки значений аргумента  $x$ , при которых график функции расположен **ниже** оси  $Ox$  – при этих значениях аргумента  $f(x) < 0$

### **5. Четность (нечетность) функции.**

Функция  $y=f(x)$  называется четной, если выполняются два условия:

а) Для любого значения аргумента  $x$ , принадлежащего области определения функции,  $-x$  также принадлежит области определения функции.

Другими словами, область определения четной функции  $y=f(x)$  симметрична относительно оси ординат.

б) Для любого значения аргумента  $x$ , принадлежащего области определения функции, выполняется соотношение  $f(-x)=f(x)$  .

Функция  $y=f(x)$  называется нечетной, если выполняются два условия:

а) Для любого значения аргумента  $x$ , принадлежащего области определения функции,  $-x$  также принадлежит области определения функции.

Другими словами, область определения нечетной функции  $y=f(-x)$  симметрична относительно начала координат.

б) Для любого значения аргумента  $x$ , принадлежащего области определения функции, выполняется соотношение  $f(-x)=-f(x)$ .

Все функции делятся на четные, нечетные, и те, которые не являются четными и не являются нечетными. Они называются функциями общего вида.

#### **Определение четности функции:**

а). Найти область определения функции  $y=f(x)$  , и определить, является ли она симметричным множеством.

Если, например, число  $x=2$  входит в область определения функции, а число  $x=-2$  не входит, то  $D(y)$  не является симметричным множеством, и функция  $y=f(x)$  – функция общего вида.

Если область определения функции  $y=f(x)$  – симметричное множество, то проверяем п. б)

б). В уравнение функции  $y=f(x)$  нужно вместо  $x$  подставить  $-x$ , упростить полученное выражение, и постараться привести его к виду  $f(x)$  или  $-f(x)$  .

Если  $f(-x)=f(x)$ , то функция четная.

Если  $f(-x) = -f(x)$ , то функция нечетная.

Если не удалось привести ни к тому ни к другому, то наша функция  $y=f(x)$  – общего вида.

График четной функции симметричен относительно оси ординат(прямой  $OY$ ).

График нечетной функции симметричен относительно начала координат(точки  $(0,0)$ ).

## **6. Точки максимума и минимума функции.**

Точка  $x_0$  называется **точкой максимума** функции  $y=f(x)$ , если существует такая окрестность  $I$  точки  $x_0$ , что для любой точки  $x$  из этой окрестности выполняется соотношение:  $f(x_0) > f(x)$ .

Графически это означает что точка с абсциссой  $x_0$  лежит **выше других точек из окрестности  $I$**  графика функции  $y=f(x)$ .

Точка  $x_0$  называется **точкой минимума** функции  $y=f(x)$ , если существует такая окрестность  $I$  точки  $x_0$ , что для любой точки  $x$  из этой окрестности выполняется соотношение:  $f(x_0) < f(x)$ .

Графически это означает что точка с абсциссой  $x_0$  лежит ниже других точек из окрестности  $I$  графика функции  $y=f(x)$ .

Точки максимума и минимума функции - это точки экстремума. Необходимое условие, чтобы  $x_0$  была точкой экстремума: эта точка должна быть критической.

**Критические точки** – это внутренние точки области определения функции, в которых производная не существует или равна нулю.

### **Алгоритм нахождения критических точек.**

1. Найти область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Найти точки, в которых производная равна нулю, решив уравнение:

$$f'(x)=0.$$

**Стационарные точки** - точки, в которых производная функции равна нулю.

**Теорема Ферма. (Необходимое условие экстремума функции.)**

$y=f(x)$ -функция, которая определена в некоторой окрестности точки  $X_0$ , и имеет производную в этой точке.

**Теорема:** если  $X_0$ -точка экстремума дифференцируемой функции  $f(x)$ , то  $f'(x)=0$ .

**Достаточные условия существования экстремума функции в точке.**

$y=f(x)$  определена на  $(a;b)$ .  $X_0$ -критическая точка.

Если функция  $f$  непрерывна в точке  $X_0$ , а  $f'(x)>0$  на интервале  $(a;x_0)$  и  $f'(x)<0$  на интервале  $(x_0;b)$ , то точка  $x_0$  является *точкой максимума функции  $f$*  (если в точке  $X_0$  производная меняет знак с “+” на “-”, то  $X_0$  *есть точка максимума.*)

Если функция  $f$  непрерывна в точке  $X_0$ , а  $f'(x)<0$  на интервале  $(a;X_0)$  и  $f'(x)>0$  на интервале  $(X_0;b)$ , то точка  $x_0$  является *точкой минимума функции  $f$*  (если в точке  $X_0$  производная меняет знак с “-” на “+”, то  $X_0$  *есть точка минимума.*)

## **7. Промежутки монотонности функции.**

Промежутки монотонности функции  $y=f(x)$  – это такие промежутки значений аргумента  $x$ , при которых функция  $y=f(x)$  возрастает или убывает.

**Функция  $y=f(x)$  возрастает на промежутке  $I$** , если для любых двух значений аргумента  $x_1, x_2$  принадлежащих промежутку  $I$  таких, что  $x_1 < x_2$  выполняется соотношение:  $f(x_1) < f(x_2)$ . **Функция  $y=f(x)$  возрастает на промежутке  $I$** , если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует большее значение функции.

Чтобы по графику функции  $y=f(x)$  определить промежутки возрастания функции, нужно, двигаясь слева направо по линии графика функции, выделить промежутки значений аргумента  $x$ , на которых **график идет вверх**.

**Функция  $y=f(x)$  убывает на промежутке  $I$** , если для любых двух значений аргумента  $x_1, x_2$ , принадлежащих промежутку  $I$  таких, что  $x_1 < x_2$  выполняется соотношение:  $f(x_1) > f(x_2)$ . **Функция  $y=f(x)$  убывает на промежутке  $I$** , если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции.

Чтобы по графику функции  $y=f(x)$  определить промежутки убывания функции, нужно, двигаясь слева направо вдоль линии графика функции, выделить промежутки значений аргумента  $x$ , на которых график идет вниз.

### Достаточный признак возрастания, убывания функции.

Если  $f'(x) > 0$  для всех  $x$  из промежутка  $(a; b)$ , то функция возрастает на промежутке  $(a; b)$ .

Если  $f'(x) < 0$  для всех  $x$  из промежутка  $(a; b)$ , то функция убывает на промежутке  $(a; b)$ .

### Алгоритм нахождения промежутков монотонности экстремумов функции.

1. Находим область определения функции.
2. Находим производную функции.
3. Находим критические точки.
4. Определим знак производной на каждом из интервалов, на которые критические точки разбивают область определения (заполнить таблицу).

$x$	$(\dots, x_1)$	$x_1$	$(x_1, x_2)$	$x_2$	$(x_2, \dots)$		
$y'(x)$	+	0	-	0			
$y(x)$	→		→				

5. Найдем точки экстремума, учитывая изменения знака производной.

6. Записать промежутки монотонности и экстремумы функций.

### 8. Периодичность функции.

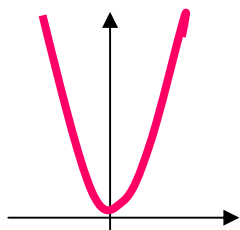
Функция  $y=f(x)$  называется периодической, если существует такое положительное число  $T$ , что

- для любого значения  $x$  из области определения функции,  $x+T$  также принадлежит  $D(x)$
- $f(x) = f(x+T)$

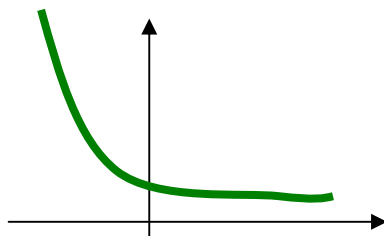
## РАЗДЕЛ 2 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

ЗАДАНИЕ №1. Пользуясь определениями основных свойств функций соотнесите предложенные пословицы к графикам функций. Предложите свои.

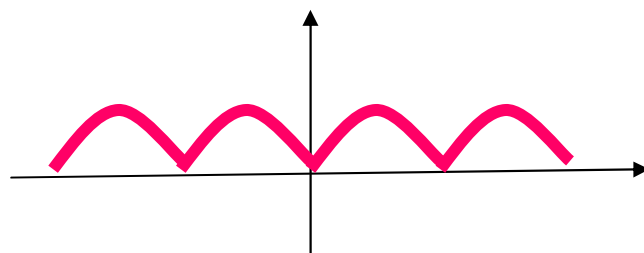
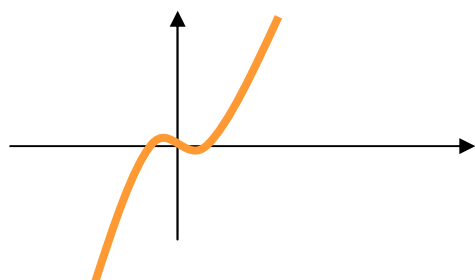
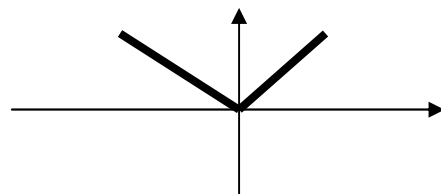
- ✓ Тише едешь, дальше будешь;
- ✓ Любишь кататься, люби и саночки возить;
- ✓ Как аукнется, так и откликнется;
- ✓ Чем дальше в лес, тем больше дров;
- ✓ Повторенье – мать ученья;



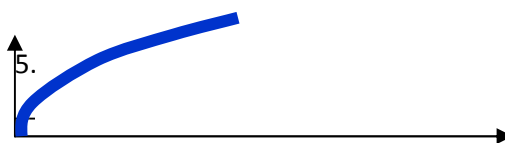
1. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



2. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



5. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



6. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## ЗАДАНИЕ № 2

Найти область определения, множество значений и нули функций

1.  $y=x^2+3x-5$

2.  $y=\lg(x+1)$

3.  $y=1/x-3$

4.  $y=\cos x+2$

5.  $y=3^x+6$

## ЗАДАНИЕ № 3

Найдите производную функции в точке, выявите критические точки:

$$f(x) = 1/4x^4 - 1/3x^3 + 18$$

№ 1  $f'(-1) =$

№ 4  $f'(0) =$

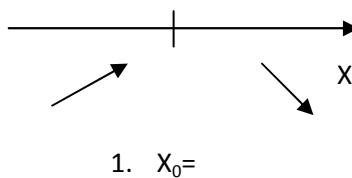
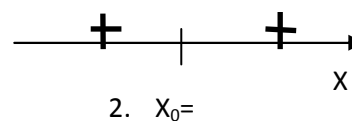
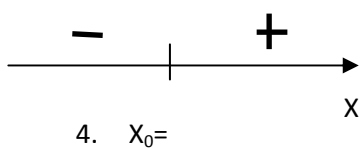
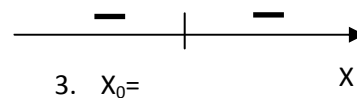
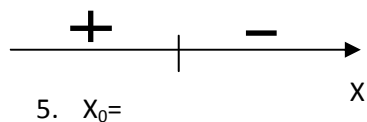
№ 2  $f'(2) =$

№ 5  $f'(1/2) =$

№ 3  $f'(1) =$

## ЗАДАНИЕ № 4

Определите по заданной схеме вид критической точки:

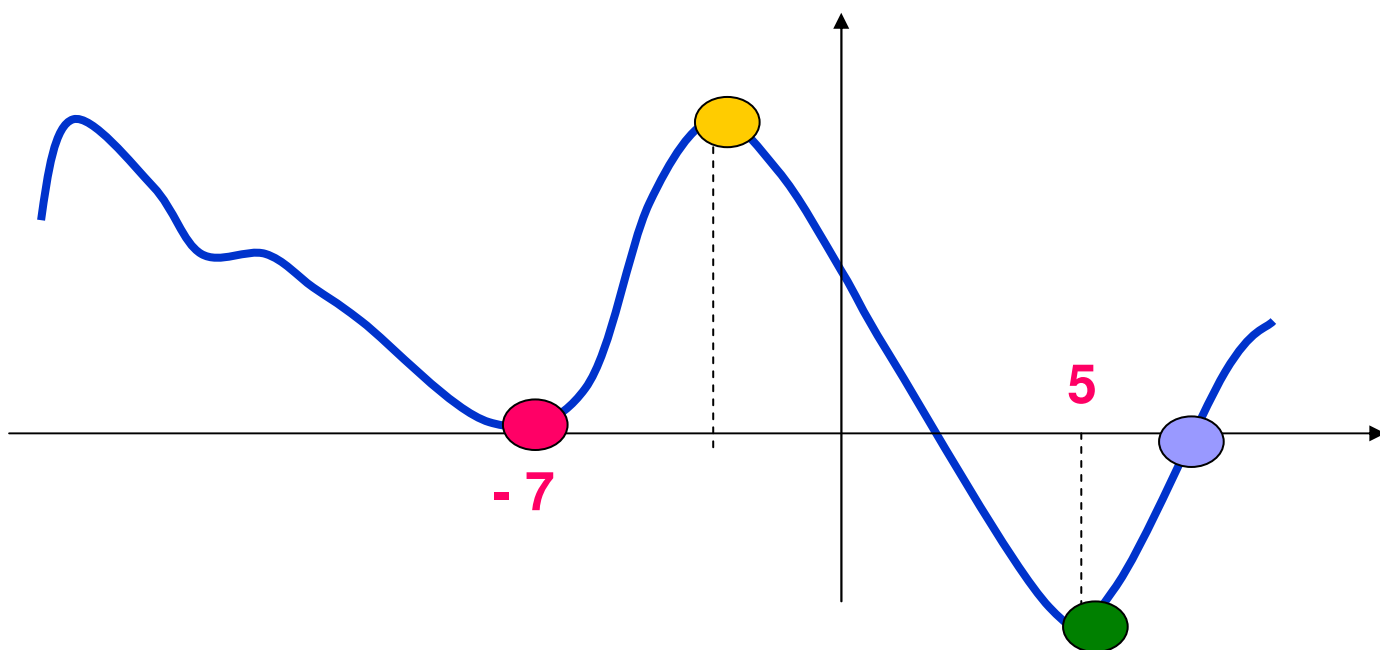




### ЗАДАНИЕ № 5. Найти ошибку

Петя, определяя по графику точки экстремума, допустил некоторые ошибки.

Зная определение критических точек и точек экстремума, найдите ошибки, проанализируйте его ответ!



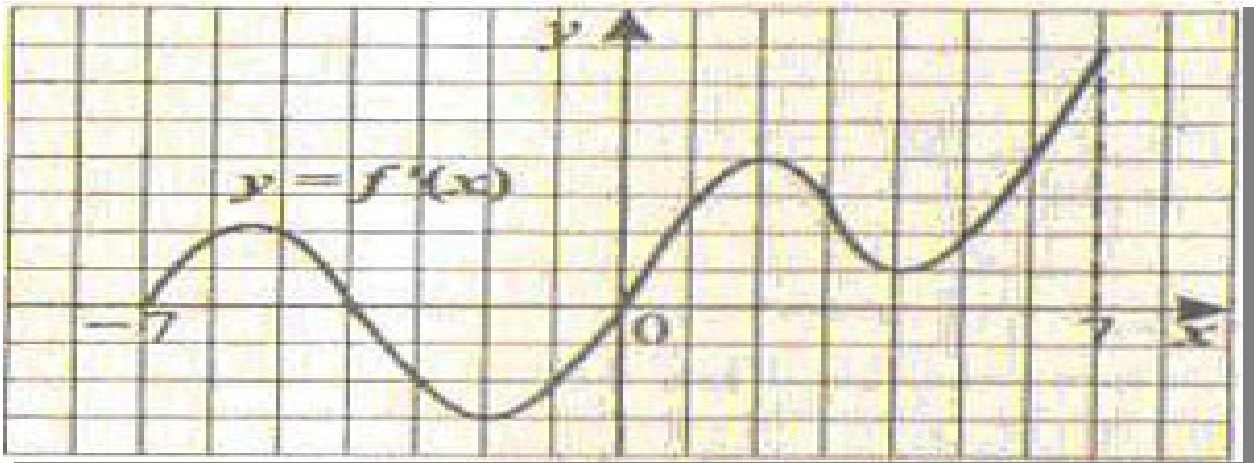
1.  $x = -7$  это точка минимума
2.  $x = -2$  это точка максимума
3.  $x = 5$  критическая точка,
4.  $x = 6$  нуль функции
5. 4 длина интервала, на котором функция монотонно убывает

### ЗАДАНИЕ № 6. Установите стрелками соответствие

- |  |  |
|--|--|
| 1. $f'(x)$ изменяет знак в окрестности точки $x_0$ с "+" на "-". | А. В точке $x_0$ экстремума нет                  |
| 2. $f'(x)$ изменяет знак в окрестности точки $x_0$ с "-" на "+". | Б. В точке $x_0$ минимум.                        |
| 3. $f'(x)$ не изменяет знак в окрестности точки $x_0$            | В. Функция постоянна в окрестности точки $x_0$ . |
|  | Г. В точке $x_0$ максимум                        |

ЗАДАНИЕ № 7. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $[-7;7]$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку:

$x_0$ , в которой функция  $y=f(x)$  принимает наименьшее значение  
 $x_1$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.

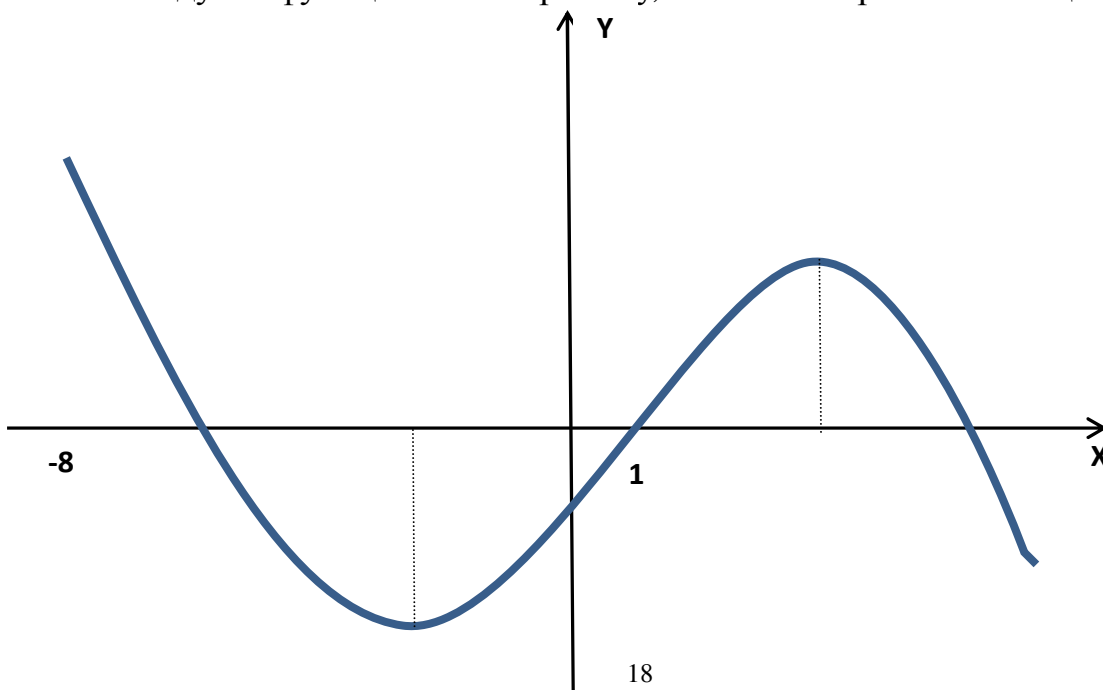


$x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$

$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

ЗАДАНИЕ № 8.

1. Исследуйте функцию по ее графику, заполняя первый столбец таблицы.



	Графическое исследование	Аналитическое исследование
D(f)		
E(f)		
Четность функции		
Нули функции		
Промежутки знакопостоянства		
Критические точки		
Промежутки монотонности		
периодичность		

2. Проанализируйте используя раздел №1, заполните следующий столбец таблицы, проводя соответствующие решения

---



---



---



---



---



---



---



---

3. Что можно добавить для более точного построения эскиза графика функции?

---

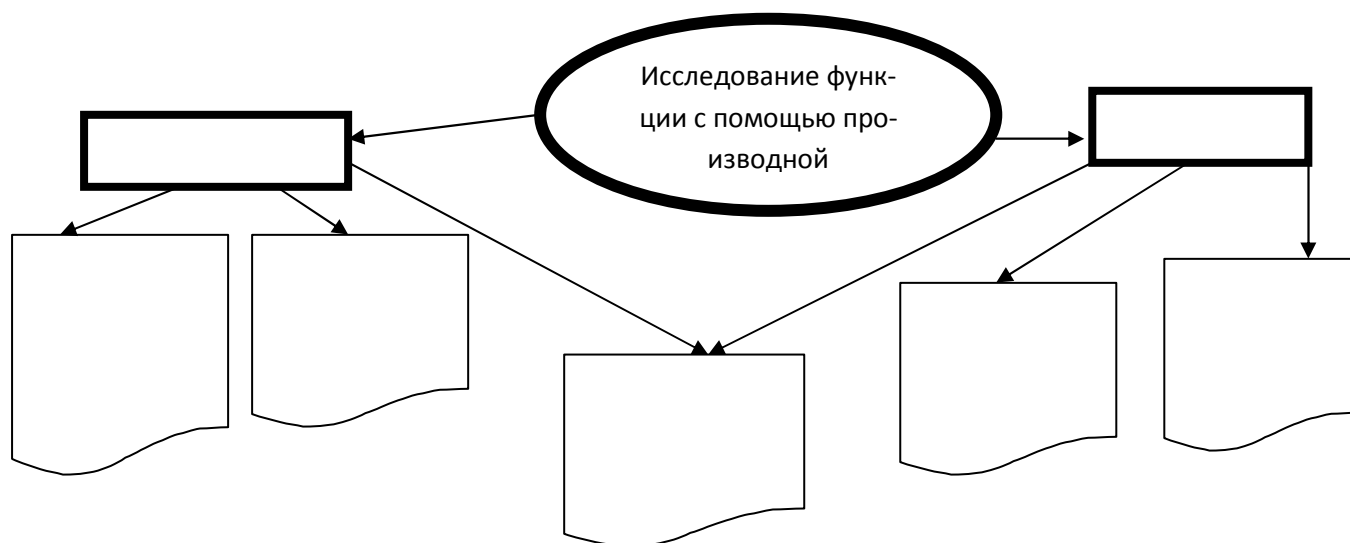
4. Составьте алгоритм аналитического исследования функции для построения эскиза графика

---

---

ЗАДАНИЕ № 9\*.

Составить кластер данной темы



ЗАДАНИЕ № 10\*.

Составьте кроссворд, используя основные понятия данной темы.

### РАЗДЕЛ 3 ПРАКТИКУМ

Схема исследования функции и построение эскиза графика с помощью производной:

1. Область определения функции,
2. Множество значений функции,
3. Четность,
4. Периодичность,
5. Критические и стационарные точки,
6. Монотонность функции,
7. Экстремумы функции,
8. Таблица исследования функции,
9. Таблица дополнительных точек для построения графика

**ЗАДАНИЕ.** Решите задачи, используя схему исследования

1. Оборудование производителя №1 изнашивается по закону:  $s = 1/3t^3 + t^2 + 2$  оборудование производителя №2  $s = 1/3t^3 - t + 5$ . Выберите производителя, скорость износа оборудования которого за период в 10 лет будет наименьшей и покажите графически траекторию износа его.

2. Маховик, задерживаемый тормозом, поворачивается за  $t = 1$  с на угол  $\varphi = 2t - 0,04t^2$ . Найдите угловую скорость вращения маховика в момент  $t = 2$  с. Изобразите траекторию поворота маховика.

3. Количество электричества, протекающее через проводник, начиная с момента  $t = 0$ , задается формулой  $q = 3t^2 + t + 2$ . Найдите силу тока в момент времени

$t = 3$  с. Покажите графически количество электричества, протекающее через проводник.

4. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:  $p(t) = t^3 - 3t$  (моль). Найти скорость химической реакции через 3 секунды. Изобразите график данной зависимости.

5. «Футбольные болельщики»

После удара по мячу нападающим *Р. Богатырём*, футбольный мяч движется прямолинейно по закону:  $S(t) = 2t^3 + t^2 - 4$ .

а). Сумеет ли полузащитник *Е. Клещенко* догнать, перехватить мяч на 2-ой секунде после удара, если скорость полузащитника - 15 км /час и в момент удара он находился на одинаковом расстоянии от ворот

б). Каково ускорение движения мяча?

в). Постройте схему графика движения мяча.

6. Баллисты - трассологи»

Помните рассказ о Бароне Мюнхгаузене?

Пушка стреляет под углом к горизонту. На ядре сидит Барон Мюнхгаузен, решивший на ядре перелететь через стены крепости.

Определите характер движения ядра:

а). определите вид движения пушечного ядра;

б). запишите формулу  $y(t)$  пройденного пути, если  $V_0 = 15$  м/с,  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>,

$y_0 = 2$  м (высота дула пушки над землёй);

в). постройте график движения барона Мюнхгаузена.



## РАЗДЕЛ 4 КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЙ

Исследование функций и построение графиков. Решение задач.

### Базовый уровень

#### *Вариант 1*

Построить схему графика функции  $y = f(x)$  по заданной таблице, предварительно заполнив пробелы в ней.

$x$	$(-\infty; -2)$	- 2	$(-2; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-		+	0	-
$f(x)$		15		0		7	
Точки экстремумов							
Экстремумы							

Дополнительные точки:

$x$	-3	-1	1	3
$y$	-5	1	1	-5

Ответить на вопросы:

1. Какова область определения функции  $y = f(x)$ ?

---

2. Каково множество значений функции  $y = f(x)$ ?

---

3. Сколько и какие точки экстремумов имеет функция?

---

4. Определите четность функции.

---

5. \* Изобразите график производной  $f'(x)$  штрих - пунктирной линией. (не обязательно)

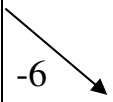

Выполнить построение эскиза графика, подготовить краткую аннотацию!

---



---

### Вариант 2

x	$(-\infty; -2)$	- 2	$(-2; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0		0	+
$f(x)$		 -6		2		-6	
Точки экстремумов							
Экстремумы							

Дополнительные точки:

x	-3	-1	1	3
y	3	-2	2	3

Ответить на вопросы:

1. Какова область определения функции  $y = f(x)$ ?

---

2. Каково множество значений функции  $y = f(x)$ ?

---

3. Сколько и какие точки экстремумов имеет функция?

---

4. Определите четность функции.



- 
5. \* Изобразите график производной  $f'(x)$  штрих-пунктирной линией.
6. Выполнить построение эскиза графика, подготовить краткую аннотацию!
- 

### Повышенный уровень

#### *Вариант 1*

Исследуйте функцию, заданную уравнением  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ , постройте эскиз ее графика.

- Исследование проведите по полной схеме исследования функции,
- Составьте таблицу, используйте дополнительные точки,
- Изобразите штрих - пунктиром график производной.
- Напишите уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой  $x_0 = 2$

Выполнить построение графика, подготовить краткую аннотацию!

#### *Вариант 2*

Исследуйте функцию, заданную уравнением  $f(x) = x^6 + 3x^4 - 9x^2$ , постройте

эскиз ее графика.

- Исследование проведите по полной схеме исследования функции,
- Составьте таблицу, используйте дополнительные точки,
- Изобразите штрих - пунктиром график производной.
- Напишите уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой  $x_0 = 1$

Выполнить построение эскиза ее графика, подготовить краткую аннотацию!

## Творческий уровень

Используя приведенную полную схему исследования и дополнительные источники, выполните задания.

### Полная схема исследования функции

- Найти область определения функции. Выделить особые точки (точки разрыва).
- Проверить наличие вертикальных асимптот в точках разрыва и на границах области определения.
- Найти точки пересечения с осями координат.
- Найти интервалы знакопостоянства.
- Установить, является ли функция чётной или нечётной.
- Определить, является ли функция периодической
- Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции.
- Найти точки перегиба и интервалы выпуклости-вогнутости.
- Найти наклонные асимптоты функции.
- Построить график функции.

Исследуйте функцию по полной схеме исследования функции, постройте её график.

**Вариант 1**

$$y = x - \frac{1}{\sqrt{x}} + 2$$

**Вариант 2**

$$y = 4x + \frac{1}{x}$$

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы [Текст]: учебник для общеобразоват. учреждений: базовый уровень / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. – М.: Просвещение, 2010. – 464 с. – ISBN 978-5-09-021024-9. (Рекомендовано Министерством образования и науки РФ).

2. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике [Текст]: учебное пособие для средних профессиональных учебных заведений / Н.В. Богомолов. – М.: Высшая школа, 2008. – 495 с. – ISBN 978-5-06-005713-3. (Рекомендовано Министерством образования и науки РФ).

3. Соловейчик, И.Л. Сборник задач по математике с решениями для техникумов [Текст] / И.Л. Соловейчик, В.Т. Лисичкин. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003. – 464 с. – ISBN 5-94666-121-3.

4. Подольский, В.А. Сборник задач по математике [Текст] : учеб. Пособие В.А. Подольский, А.М. Суходский, Е.С. Мироненко. – М.: Высшая школа. 2005. – 495 с. – ISBN 5-06-005506-X.

5. Сайт Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) [Электронный ресурс].-<http://www.mccme.ru> Дата обращения 10.02.20014

6.Сайт Allmath.ru — вся математика в одном месте[Электронный ресурс].-  
<http://www.allmath.ru> . Дата обращения 14.02.2014

7. Методика преподавания математики [Электронный ресурс].-  
<http://www.methmath.chat.ru> . Дата обращения 15.02.2014

8. Графики функций [Электронный ресурс].-  
<http://www.graphfunk.narod.ru>. Дата обращения 12.02.2014